



OPTIMIZACIÓN DE FUNCIONES



Mapas de Karnaugh.

Un mapa de Karnaugh. Es otra forma de representar la tabla de verdad consistiendo de 2^N casillas donde cada casilla contiene un minitérmino ó un maxitérmino. Y su objetivo es obtener la mínima expresión de cualquier función Booleana.

Para una variable

x	F ₁
0	t ₀
1	t ₁

F₁

x	0	1
t ₀	t ₁	

F ₁	0	1
x	t ₀	t ₁



MINIMIZACIÓN DE FUNCIONES



Mapas de Karnaugh

Para dos variables:

x	y	F
0	0	t0
0	1	t1
1	0	t2
1	1	t3

		F	
		0	1
x	Y	t0	t1
0		t0	t1
1		t2	t3

		F	
		0	1
Y	X	t0	t2
0		t0	t2
1		t1	t3



MINIMIZACIÓN DE FUNCIONES



Mapas de Karnaugh.

Para tres variables:

<u>x y z</u>	<u>F</u>		<u>F</u>	<u>XY</u>			
0 0 0	t0	Z	0	00	01	11	10
0 0 1	t1		0	t0	t2	t6	t4
0 1 0	t2		1	t1	t3	t7	t5
0 1 1	t3						
1 0 0	t4						
1 0 1	t5						
1 1 0	t6						
1 1 1	t7						



MINIMIZACIÓN DE FUNCIONES



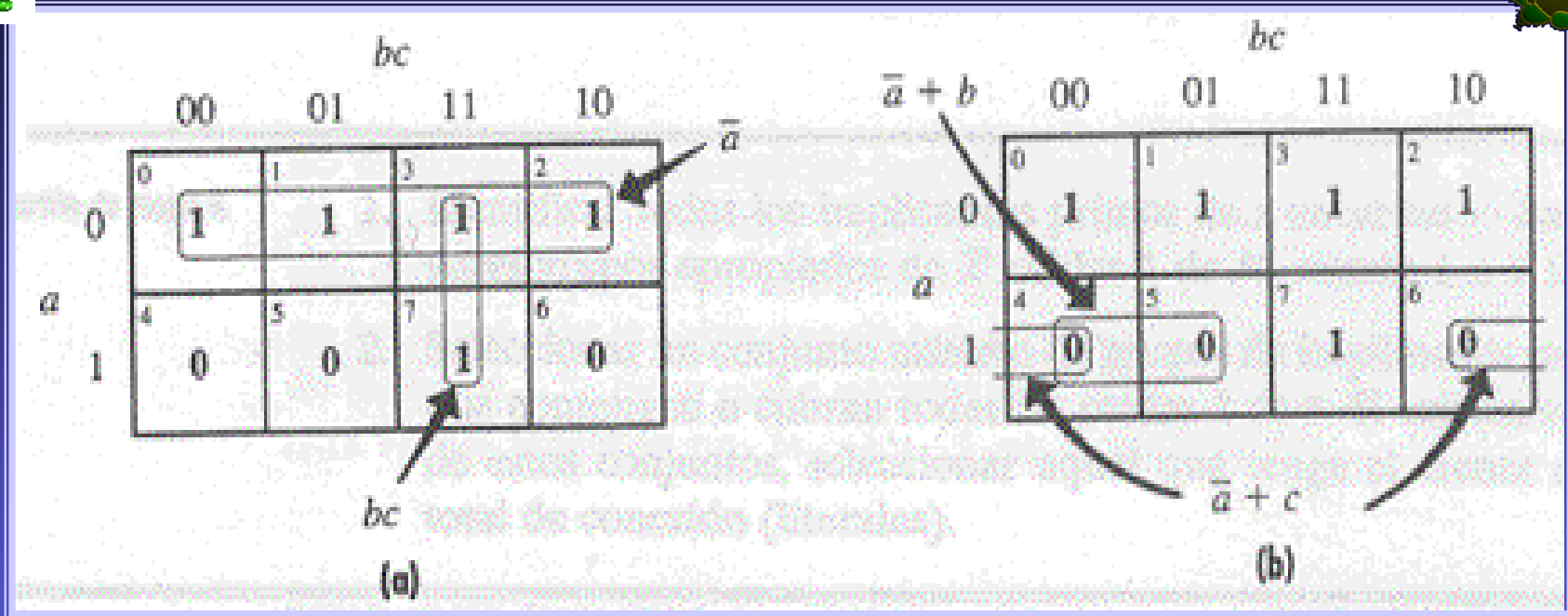
Mapas de Karnaugh.

Para cuatro variables:

W	X	Y	Z	F
0	0	0	0	t0
0	0	0	1	t1
0	0	1	0	t2
0	0	1	1	t3
.
.
1	1	1	1	t15

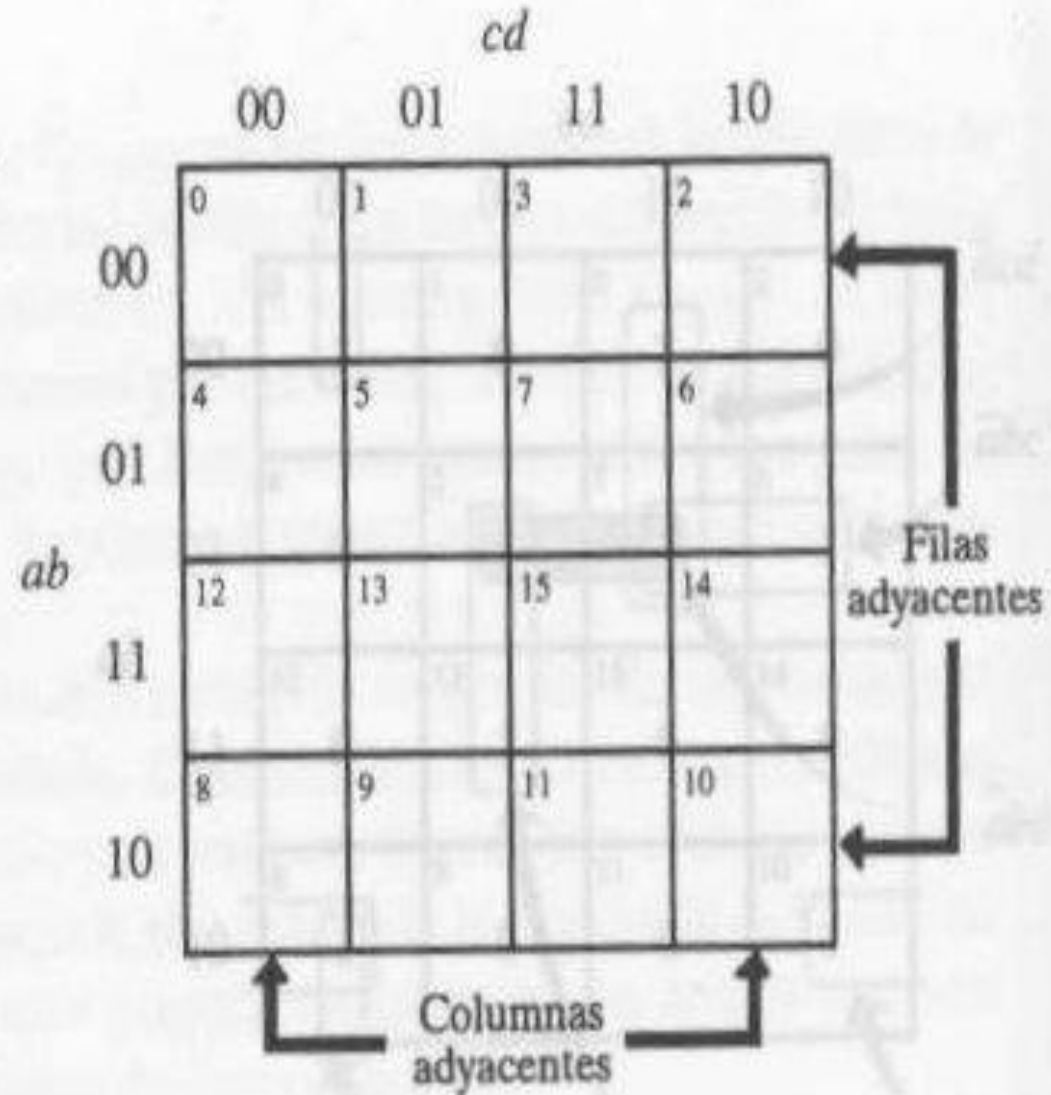
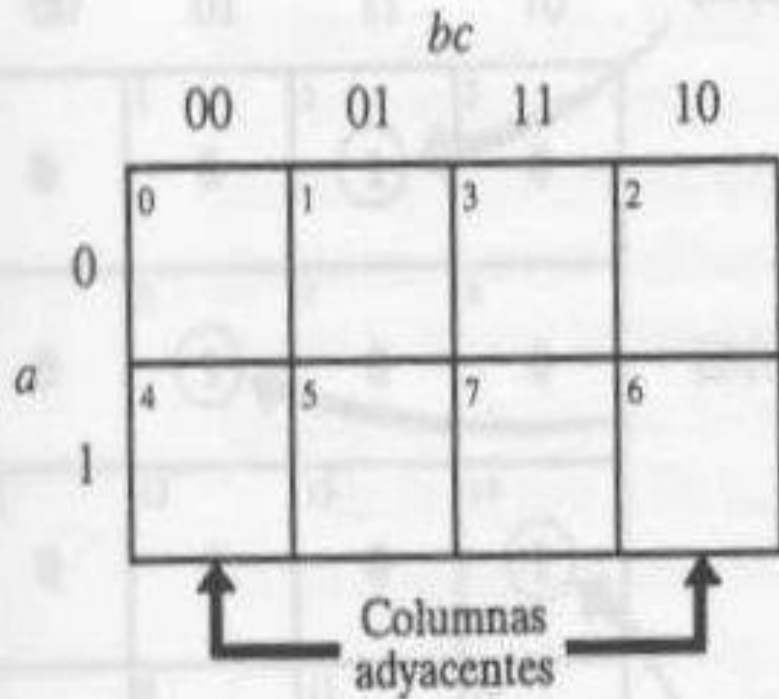
F	WX			
yz	00	01	11	10
00	t0	t4	t12	t8
01	t1	t5	t13	t9
11	t3	t7	t15	t11
10	t2	t6	t14	t10

El método del Mapa de Karnaugh

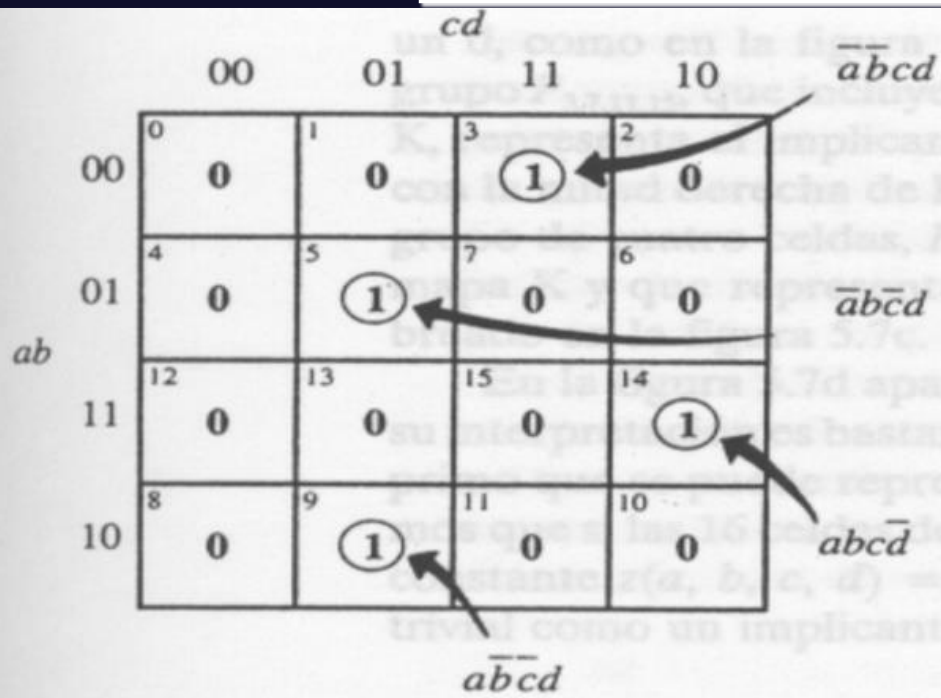


La adyacencia entre unos permite reconocer términos de una **función SDP** que pueden conformar la función dada; así también, la adyacencia de ceros sirve para reconocer productos de una **función PDS** correspondiente.

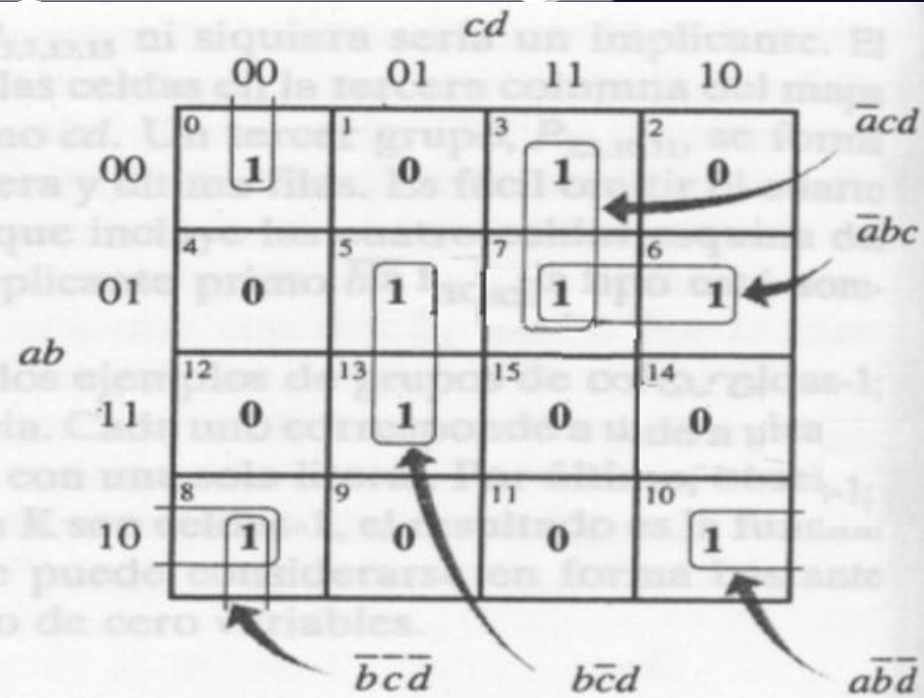
El método del Mapa de Karnaugh



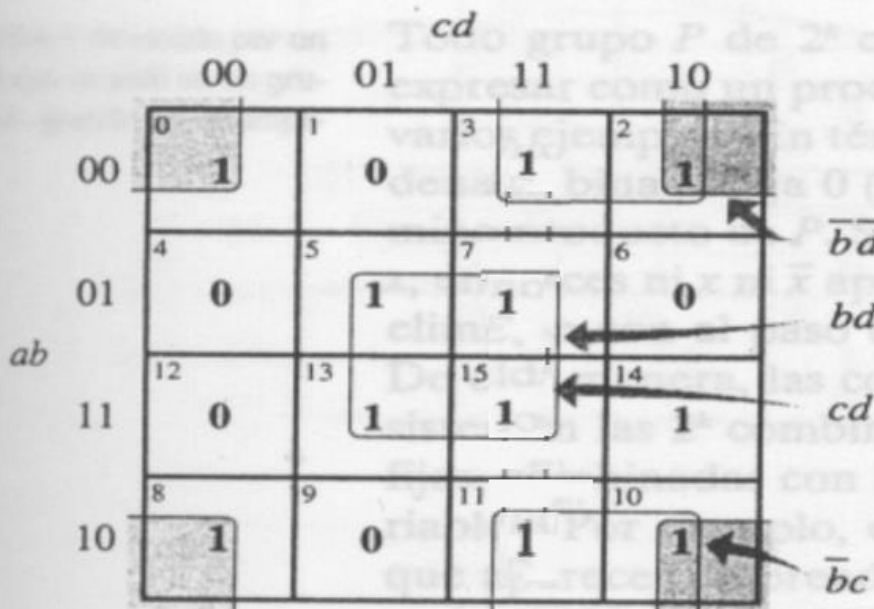
El método del Mapa de Karnaugh



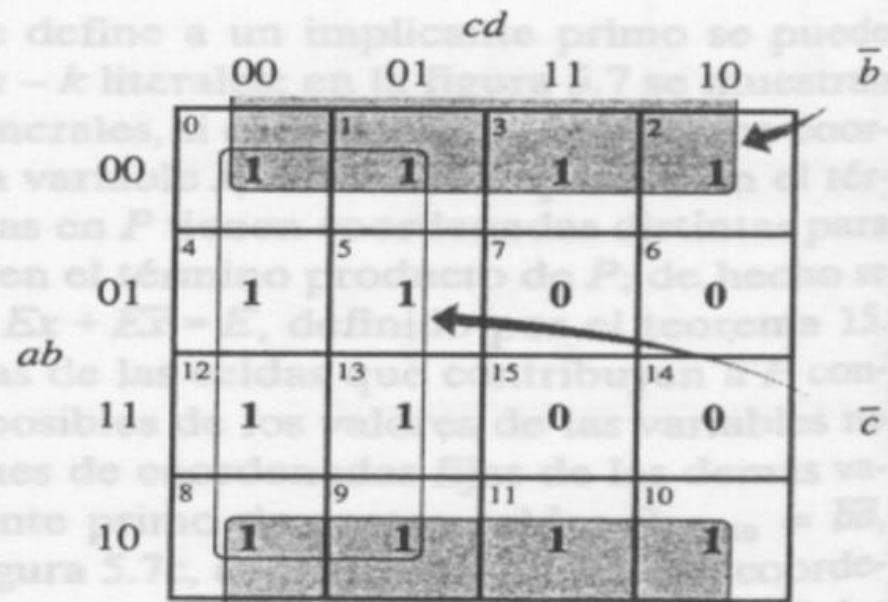
(a)



(b)



(c)



(d)



El método del Mapa de Karnaugh



Obtener el maxitermino dentro del subcubo indicado en cada uno de los mapas.

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	0	0
11	0	0	0	1
10	0	1	0	0

$$(\bar{a} + b + \bar{c} + \bar{d})$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	1	1	1
11	0	1	0	0
10	1	0	0	1

$$(\bar{a} + b + \bar{d})$$

Observamos que un subcubo de una celda, tiene las cuatro variables de entrada y un subcubo de dos celdas minimiza una de las cuatro variables de entrada.



El método del Mapa de Karnaugh

Obtener el maxitermino dentro del subcubo indicado en cada uno de los mapas.

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	1	1

$(\bar{b} + d)$

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

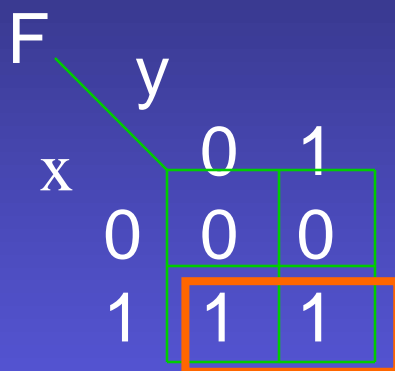
\bar{b}

Observamos que un subcubo de 4 celdas, tiene 2 variables de entrada y un subcubo de 8 celdas, tiene una de las variables de entrada.



Mapas de Karnaugh.

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1



$$\begin{aligned} F &= X\bar{Y} + XY \\ &= X(\bar{Y} + Y) \\ &= X \end{aligned}$$

$$f1 = x$$



Mapas de Karnaugh.



x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

		X Y			
		00	01	11	10
Z	0	0	0	0	1
	1	0	1	1	1

$$F_{\text{mini}} = YZ + X\bar{Y}$$



EJEMPLO

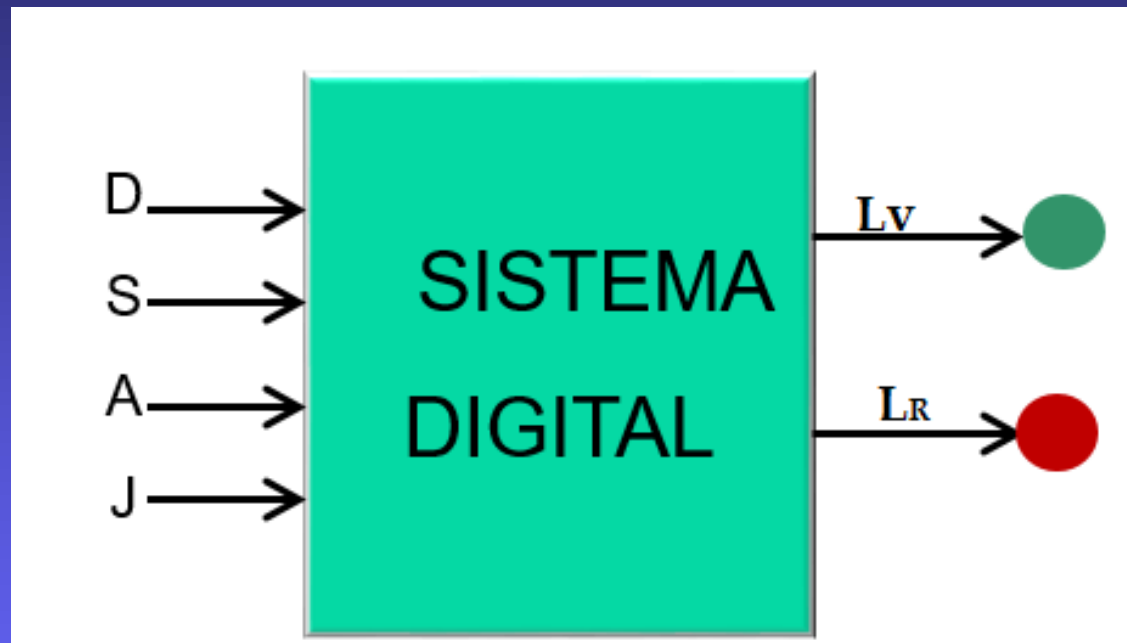


Ejemplo: 4 personas actúan como jueces en la selección de proyectos de una empresa. El voto de cada uno dentro de la empresa tienen cierto un peso. El voto del director $D=40\%$, el voto del secretario $S=30\%$, el voto del administrador $A=20\%$, El voto del jefe de proyectos $J=10\%$. Voto a favor de un proyecto significa un uno lógico, voto en contra significa un cero lógico.

Si el porcentaje a favor es mayor del 50% el proyecto se considera aceptado, si no es rechazado. Diseñar un circuito que muestre el resultado de dicha votación.



DIAGRAMA DE BLOQUES



CIRCUITO LÓGICO

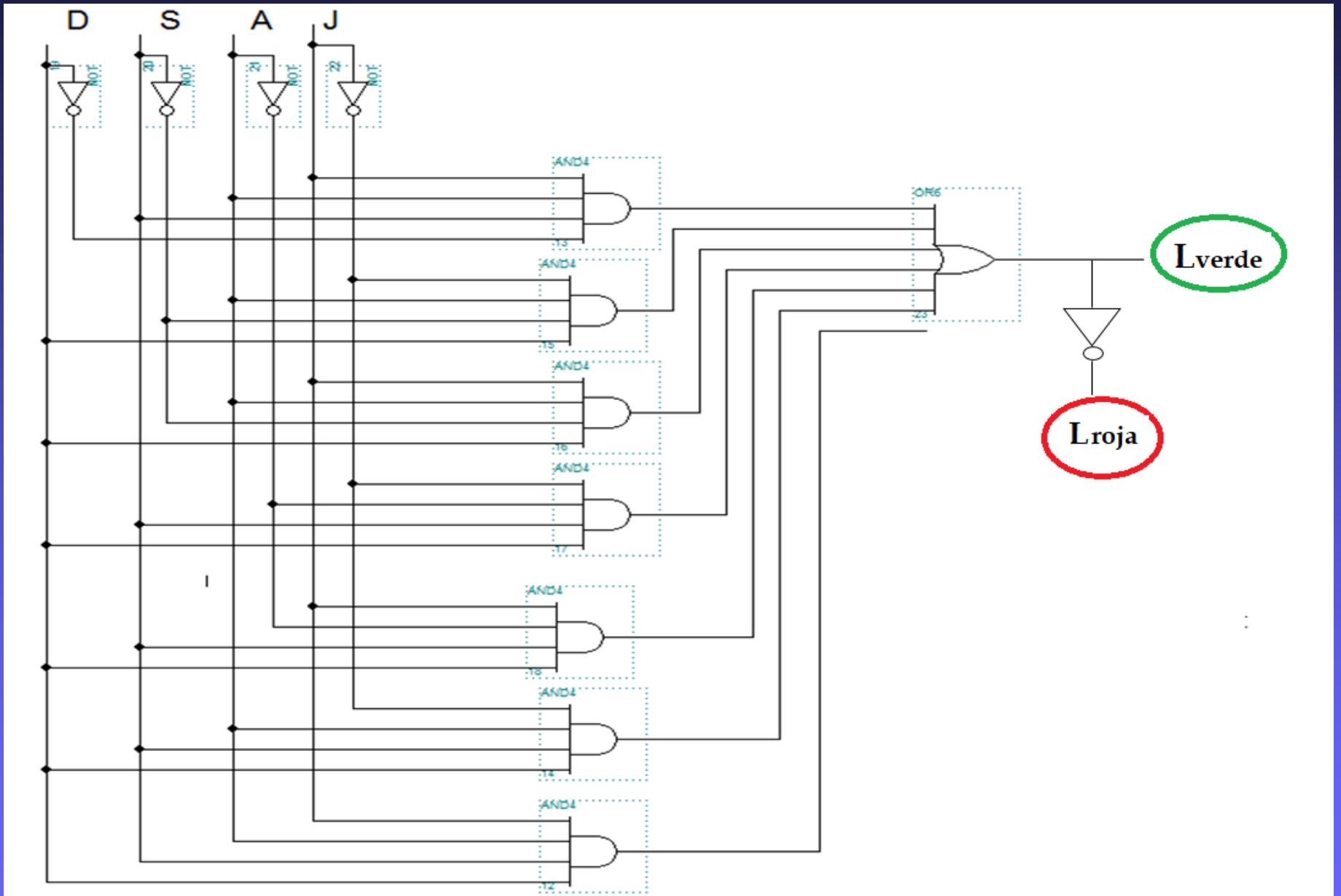




TABLA DE VERDAD



40	30	20	10		40	30	20	10	
D	S	A	J	Lv	D	S	A	J	Lv
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



Mapas de Karnaugh.

$$L_V = DA + DS + SAJ$$

S1

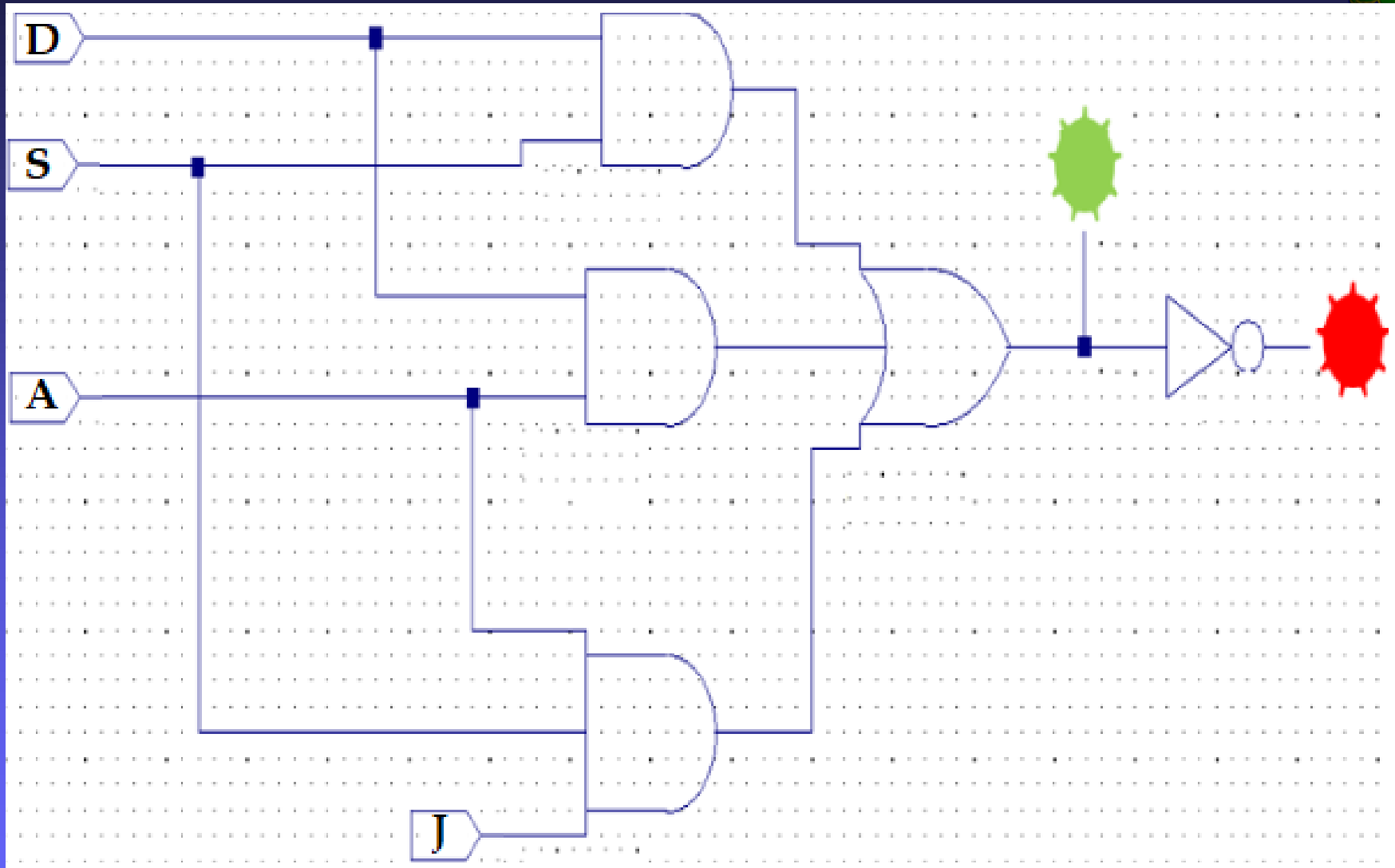
DS

AJ

	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1



Mapas de Karnaugh.





Tarea 4.



Utilizando mapas de Karnaugh, obtener el circuito lógico de un sistema de alarma.

ESPECIFICACIONES.

Un minihotel con 4 habitaciones, dos de lujo (A,B) y dos estándar (C,D), cuenta con dos botones para servicio a la habitación, uno de ellos tiene vestimenta formal para atender las habitaciones de lujo (A,B), pero si es necesario atender las otras también lo puede hacer.



Tarea 4.



El otro botones con vestimenta informal únicamente puede atender las habitaciones estándar (C, D).

Diseñar el circuito lógico del funcionamiento de una alarma que se active en el área de la administración, para avisar cuando alguna de las requisición no pueda ser atendida, la cual será atendida por el gerente.



Diagrama de bloques.

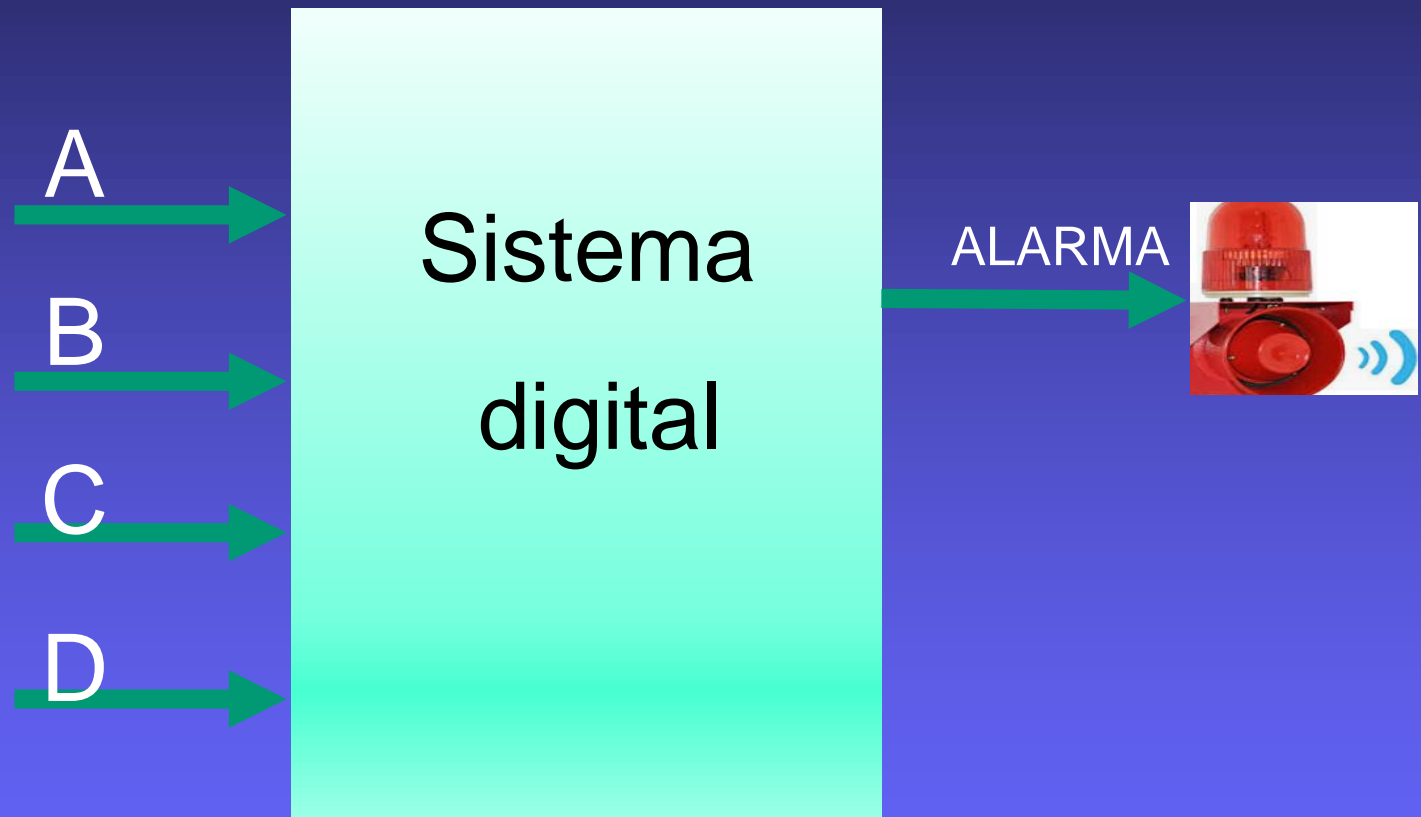




TABLA DE VERDAD



A BCD	Alarma
0000	0
0001	0
0010	0
0011	0
0100	0
0101	0
0110	0
0111	1
1000	0
1001	0
1010	0
1011	1
1100	1
1101	1
1110	1
1111	1



Mapa de Karnaugh.

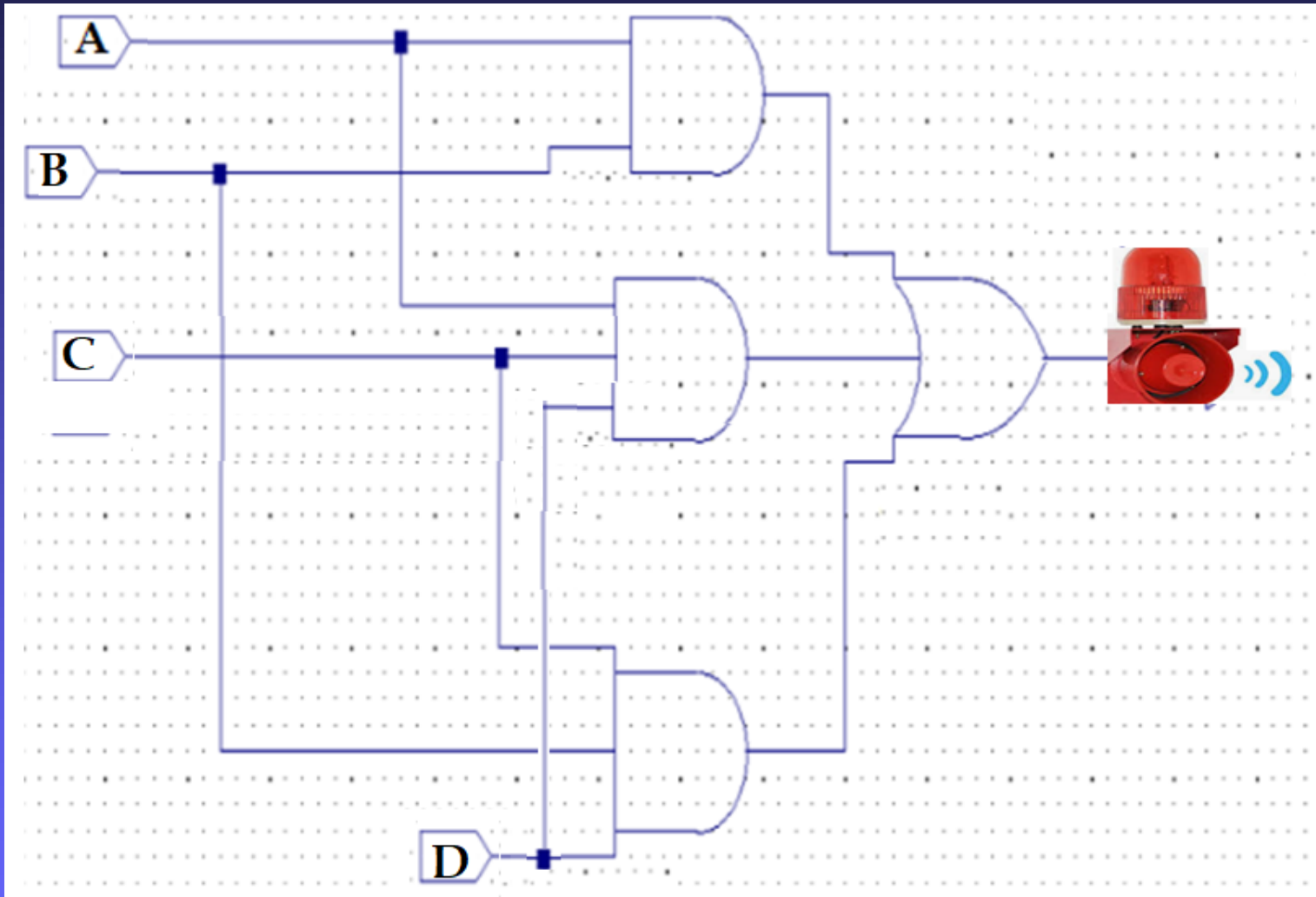


Alarma =
 $AB + BCD + ACD$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0 ₀	0	1 ₁	0 ₈
01	0 ₁	0	1 ₁	0 ₉
11	0 ₃	1	1 ₁	1 ₁₁
10	0 ₂	0	1 ₁	0 ₁₀



Circuito lógico





Funciones incompletamente especificadas

Son aquellas funciones en las que no importa el estado de la salida para ciertas combinaciones de entrada y por lo tanto, pueden tomar el valor 0 o 1, debido a que esas combinaciones de entrada, jamás se utilizarán

A esas combinaciones de entrada se les llama “Condición de “NO IMPORTA” y a su salida se le anota un asterisco para indicar esta condición.



Funciones incompletamente especificadas

Ejemplo: Se cuenta con un teclado del 0 al 9.

Diseñar el circuito lógico de un sistema que detecte si el usuario ha pulsado la tecla 5, 8 o 9, activando un led rojo.



Diagrama de bloques

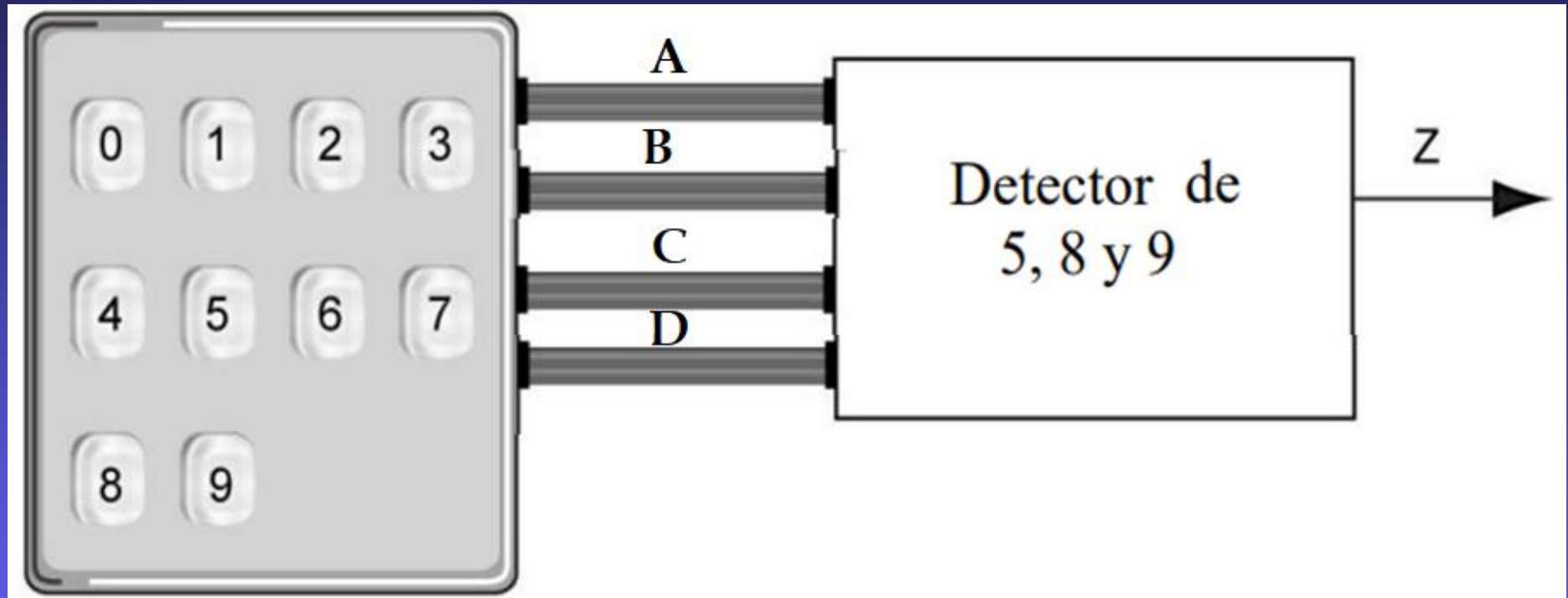




TABLA DE VERDAD



A BCD	Z
0000	0
0001	0
0010	0
0011	0
0100	0
0101	1
0110	0
0111	0
1000	1
1001	1
1010	*
1011	*
1100	*
1101	*
1110	*
1111	*



Mapa de Karnaugh.

$$Z = B\bar{C}D + A$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0 0	0 4	* 12	1 8
01	0 1	1 5	* 13	1 9
11	0 3	0 7	* 15	* 11
10	0 2	0 6	* 14	* 10

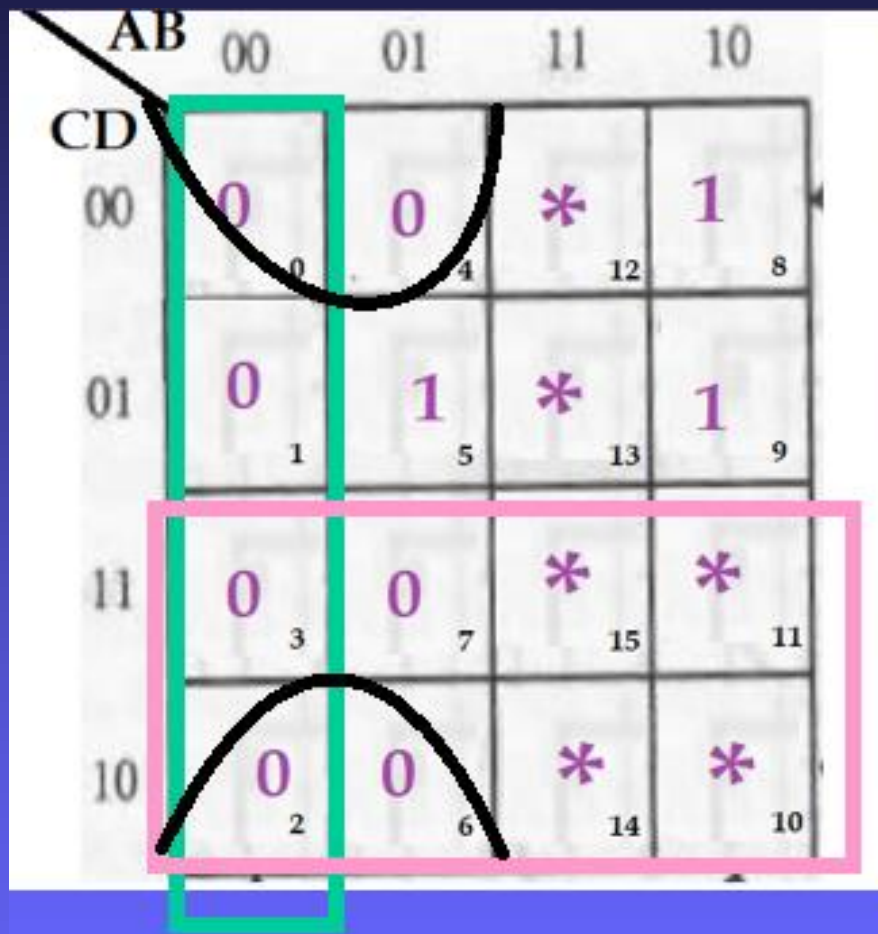


Circuito lógico





Mapa de Karnaugh.



$$Z = (A+D)(A+B)\bar{C}$$



Circuito lógico

